

(۱) سری فوریه تابع مقابل که تعریف آن در یک دوره تناوب به صورت $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < \pi \\ -\cos x & -\pi < x < 0 \end{cases}$ است را بدست آورید.

(۲) اگر $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2}$ باشد، حاصل $\int_0^{\pi} f(x) \sin^3 x dx$ را محاسبه نمایید.

(۳) در معادله دیفرانسیل $h(x) = f(x) + f''(x)$ ، با شرط وجود مشتق اول و دوم $f(x)$ در تمام نقاط که در آن $h(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \end{cases}$ و $h(x+2) = h(x)$ ، آنگاه سری فوریه $f(x)$ را محاسبه کنید.

(۴) اگر سری فوریه تابع $f(x) = 2x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ برابر $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n} (-1)^{n+1} \sin(nx)$ باشد، سری فوریه تابع $g(x) = x^2 - \pi^2$ را بدست آورید.

(۵) اگر بسط فوریه نیم دامنه کسینوسی تابع $f(x) = \sin x$ ، $0 < x < \frac{\pi}{3}$ به صورت $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(3nx)$ باشد، حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ را محاسبه کنید.