

بررسی اثر کاهش تقارن روی گاف فوتونی بلورهای فوتونی دو بعدی با میله‌های ناهمسانگرد در ساختار هگزاگونال

شعبانی نژاد، مسعود؛ رضائی، بهروز؛ سلطانی والا، علی؛ کلافی، منوچهر

پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره‌شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز

چکیده

ما در این تحقیق گاف فوتونی کامل ماگزیمم ساختار هگزاگونال را که از میله‌های ناهمسانگرد تلوریم (Te) با سطح مقطع دایروی در زمینه هوا تشکیل شده است، محاسبه نموده ایم. با وارد کردن یک میله تلوریم با قطر کوچکتر در مرکز سلول اولیه به منظور کاهش تقارن ساختار، تغییرات گاف فوتونی را به صورت تابعی از نسبت قطرهای میله‌ها و فاکتور پرشدگی بررسی کرده ایم. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که کاهش تقارن اندازه گاف فوتونی کامل را بطور قابل ملاحظه افزایش داده است.

The study of symmetry reduction effect's on the photonic band gap of 2D photonic crystals with anisotropic rods in hexagonal structure

Shabani Nezhad, Masoud; Rezaei, Behrooz; Soltani Vala, Ali; Kalafi, Manoochehr

Research Institute for Applied Physics and Astronomy, Tabriz University, Tabriz

Abstract

In this research we have calculated the maximum absolute photonic band gap of hexagonal structure which is composed of anisotropic tellurium (Te) rods with circular cross section in air background. By inserting a smaller diameter Te rod at the center of unit cell in order to reduce the structure symmetry, we have studied the evolution of photonic gap as a function of rod diameter ratios and filling factor. The obtained results show that the symmetry reduction has significantly increased the size of absolute photonic band gap.

PACS No. 78

فرکانسی ممنوعه می‌باشد. در بلورهای فوتونی دو بعدی امواج الکترومغناطیسی می‌توانند به مدهای قطبشی الکتریکی TM (E) موازی محور میله‌های دی‌الکتریک) و مغناطیسی TE (H) موازی محور میله‌های دی‌الکتریک) تجزیه شوند. وقتی در این ساختارها باندهای ممنوعه برای هر دو مد قطبشی بطور همزمان وجود داشته باشند و با هم همپوشانی کنند گاف فوتونی کامل ایجاد می‌شود. از آنجایی که مشخصه عمده بلورهای فوتونی باند ممنوعه آنها می‌باشد و از طرفی چون باند ممنوعه فوتونی با پهنای بزرگ بعنوان پایه و اساس برای کاربردهای گوناگون از بلورهای فوتونی بشمار می‌رود، لذا هدف عمده در بررسی بلورهای

مقدمه

بلورهای فوتونی ساختارهای دی‌الکتریک متناوب هستند که از آرایش منظم میله‌های دی‌الکتریک در یک زمینه با ضریب دی‌الکتریک متفاوت تشکیل می‌یابند. این بلورها به نیم رساناهای نوری معروفند و دارای کاربردهای فراوان برای ساخت ابزارهای نوری مثل موجبرهای نوری، لیزرهای بلور فوتونی و میکروکاوکاها می‌باشند [۱-۲]. ضریب دی‌الکتریک برای چنین محیط‌هایی یک تابع متناوب است. این بلورها توسط ساختار باندشان توصیف می‌شوند و مشخصه عمده آنها توانایی در تله اندازی نور برای ناحیه فرکانسی خاص است که به دلیل وجود گاف فوتونی کامل یا ناحیه

بلورهای فوتونی دو بعدی یک آرایه متناوب از میله های دی الکتریک است که محور آنها موازی با محور z و تقاطع آنها با صفحه $x-y$ تشکیل یک ساختار دی الکتریک متناوب می دهد. برای نور تابشی عمود بر محور میله‌ها، در حالت قطبش الکتریکی (مد TM) که میدان الکتریکی $E(\vec{r})$ موازی با محور میله‌ها است، به ازای تمام بردارهای \vec{G} خواهیم داشت:

$$\sum_{\vec{G}'} \left| \vec{k} + \vec{G} \right| \left| \vec{k} + \vec{G}' \right| \eta(\vec{G} - \vec{G}') h_{\vec{G}', 2} = \frac{\omega^2}{c^2} h_{\vec{G}, 2} \quad (5)$$

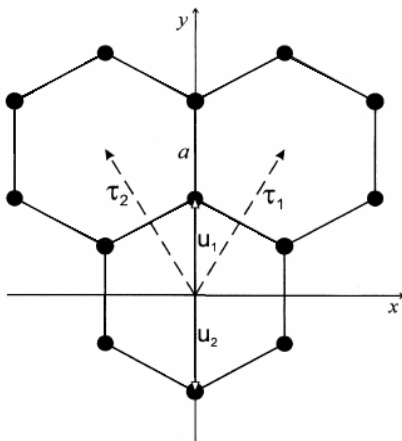
اما در حالت قطبش مغناطیسی (مد TE) میدان مغناطیسی $H(\vec{r})$ موازی محور میله‌ها است و به ازای تمامی بردارهای \vec{G} معادله ماتریسی زیر را خواهیم داشت:

$$\sum_{\vec{G}'} (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \eta(\vec{G} - \vec{G}') h_{\vec{G}', 1} = \frac{\omega^2}{c^2} h_{\vec{G}, 1} \quad (6)$$

شکل ۱ ساختار هگزاگونال را نشان می دهد که بردارهای پایه آن بصورت زیر می باشد:

$$\vec{\tau}_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} (1, \sqrt{3}) \quad , \quad \vec{\tau}_2 = \frac{a\sqrt{3}}{2} (-1, \sqrt{3}) \quad (7)$$

در روابط فوق a ثابت شبکه است.



شکل ۱: ساختار هگزاگونال دو بعدی در فضای حقیقی

سلول واحد ساختار هگزاگونال طبق شکل ۱ دارای دو میله می باشد که موقعیت میله ها عبارتند از:

$$\vec{u}_1 = -\vec{u}_2 = a(1, 0) \quad (8)$$

فوتونی، بهینه کردن پهنای گاف یا ناحیه ممنوعه فرکانسی است. برای این کار روشهای مختلفی مانند ایجاد ناهمسانگردی در میله های دی الکتریک [۳] و کاهش تقارن در ساختار شبکه [۴] بکار رفته است. هدف از این تحقیق این است که ضمن ایجاد ناهمسانگردی در میله های دی الکتریک، اثر کاهش تقارن ساختار را روی گاف فوتونی مورد بررسی قرار دهیم.

روش محاسبات

انتشار نور در بلورهای فوتونی توسط معادلات ماکسول صورت می گیرد. با حل این معادلات برای میدان مغناطیسی $H(\vec{r})$ به معادله ویژه مقداری زیر می رسمیم:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times H(\vec{r}) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} H(\vec{r}) \quad (1)$$

که در آن ω فرکانس و c سرعت نور است. $\epsilon(\vec{r})$ تابع دی الکتریک می باشد و شرط بلوخ را ارضا می کند، $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} + \vec{R})$ ، که \vec{R} بردار انتقال شبکه در فضای حقیقی است. بنابراین تابع دی الکتریک $\epsilon^{-1}(\vec{r})$ و میدان $H(\vec{r})$ را می توان بر حسب امواج تخت بسط داد:

$$H(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sum_{\lambda=1,2} h_{\vec{G}, \lambda} e^{i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}} \hat{e}_{\lambda} \quad (2)$$

$$\epsilon^{-1}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \eta(\vec{G}) e^{i(\vec{G} \cdot \vec{r})} \quad (3)$$

در روابط بالا \vec{k} بردار موج در ناحیه اول بریلوئن، \vec{G} بردار انتقال دو بعدی شبکه معکوس، λ نشانگر نوع قطبش می باشد. $\eta(\vec{G})$ در رابطه بالا تبدیل فوریه عکس تابع دی الکتریک است و نقش مهمی را در تعیین ساختار باند فوتونی بازی می کند:

$$\eta(\vec{G}) = \frac{1}{A_{cell}} \int \epsilon(\vec{r})^{-1} e^{-i(\vec{G} \cdot \vec{r})} d\vec{r} \quad (4)$$

در رابطه فوق A_{cell} مساحت سلول واحد است.

مساحت سلول اولیه نیز برابر است با:

$$A_{cell} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \quad (9)$$

ضریب فوریه عکس تابع دی الکترونیک برای این ساختار عبارتست از:

$$\eta(\vec{G}) = \varepsilon_b^{-1} \delta_{\vec{G},0} + \sum_j \eta^{(j)}(\vec{G}) e^{-i\vec{G} \cdot \vec{u}_j} \quad (10)$$

$$\eta^{(j)}(\vec{G}) = (\varepsilon_a^{-1} - \varepsilon_b^{-1}) f_j \frac{2J_1(G\rho_j)}{G\rho_j} \quad (11)$$

$$f_j = \frac{\pi\rho_j^2}{A_{cell}}$$

که در روابط بالا ε_a ضریب دی الکترونیک میله‌ها، ε_b ضریب دی الکترونیک زمینه، ρ_j شعاع میله‌ها، f_j فاکتور پرشدگی میله‌ها و J_1 تابع بسل مرتبه اول می‌باشد. چون شعاع میله‌ها برابر هستند، بنابراین خواهیم داشت:

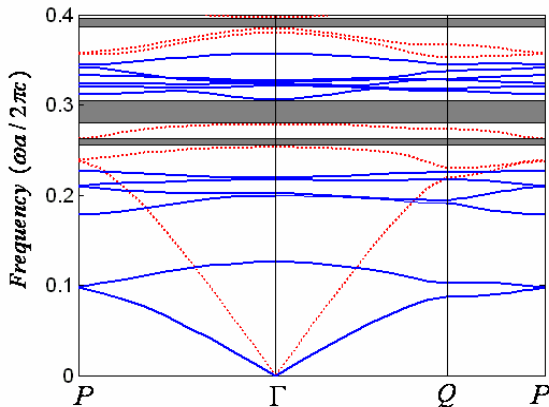
$$\eta(\vec{G}) = \varepsilon_b^{-1} \delta_{\vec{G},0} + 2 \cos(\vec{G} \cdot \vec{u}) \eta^{(1)}(\vec{G}) \quad (12)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_1 = -\vec{u}_2$$

بحث و نتایج

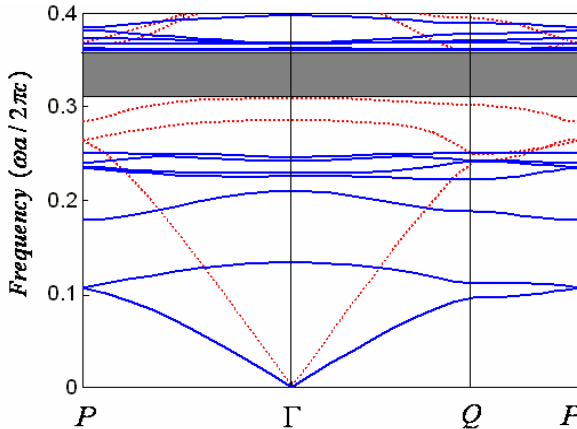
ساختار فوتونی بررسی شده در این تحقیق بصورت یک ساختار هگزاگونال می‌باشد که از میله‌های ناهمسانگرد تلوریم (Te) در زمینه هوا ($\varepsilon_b = 1$) تشکیل شده است. ماده ناهمسانگرد Te دارای دو ضریب شکست عادی $n_0 = 4.8$ و غیر عادی $n_e = 6.2$ می‌باشد. این ماده برای قطبشهای الکترونیک و مغناطیسی به ترتیب دارای ضرایب شکست n_0 و n_e خواهد بود، بطوریکه برای قطبش الکترونیک $\varepsilon_a = n_e^2$ و برای قطبش مغناطیسی برابر $\varepsilon_a = n_0^2$ است. ساختار باند فوتونی برای قطبشهای الکترونیک و مغناطیسی به ترتیب با حل عددی معادلات (۵) و (۶) بدست می‌آیند. در این محاسبات تعداد ۴۴۱ موج تخت در نظر گرفته شده است که همگرایی لازم برای فرکانسهای مطلوب حاصل می‌شود. شکل ۲ طیف فرکانسی ساختار هگزاگونال را به ازای مقادیر بهینه پارامترهای ساختاری نشان می‌دهد که خواص

فوتونی آن قبلاً نیز بررسی شده است [۵]. این ساختار بهینه شده به ازای $\rho = 0.33a$ (با فاکتور پرشدگی $f_f = 0.2634$) چندین گاف فوتونی کامل را نشان می‌دهد که گاف کامل بزرگ آن دارای پهنای $\Delta\omega = 0.0284(2\pi c/a)$ می‌باشد و در ناحیه فرکانسی $0.2778 - 0.3062(2\pi c/a)$ قرار دارد.



شکل ۲: طیف فرکانسی ساختار هگزاگونال با میله‌های ناهمسانگرد تلوریم در زمینه هوا به ازای فاکتور پرشدگی کل $f_f = 0.2634$ برای مدهای TE (خط چین) و TM (پیوسته).

حال برای بهینه‌سازی مجدد این ساختار به منظور افزایش پهنای گاف فوتونی کامل آن، یک میله ناهمسانگرد تلوریم با قطر کوچکتر در مرکز سلول واحد اضافه می‌کنیم. بدین ترتیب تقارن ساختار هگزاگونال کاهش می‌یابد و یک ساختار جدید بنام «ساختار هگزاگونال کاهش تقارن یافته» حاصل می‌شود که از میله‌های تلوریم با شعاع ρ واقع در گوشه‌های هگزاگونال و میله‌هایی با شعاع r در مرکز آن تشکیل می‌یابد. نسبت شعاعهای دو میله $(\beta = \frac{r}{\rho})$ و همچنین فاکتور پرشدگی کل (f_f) می‌تواند در تغییر اندازه گاف فوتونی مؤثر باشد. برای بهینه‌سازی پهنای گاف فوتونی کامل، تغییرات آنرا بصورت تابعی از پارامتر β و f_f بررسی می‌کنیم. بدین صورت که به ازای یک مقدار معین از β تغییرات گاف فوتونی کامل ماگزیمم را بر حسب فاکتور پرشدگی کل بررسی کرده و آنرا برای چندین مقدار ممکن β تکرار می‌کنیم. شکل ۳ تغییرات اندازه گاف فوتونی کامل ماگزیمم را



شکل ۴: طیف فرکانسی ساختار هگزاگونال کاهش تقارن یافته با میله های ناهمسانگرد تلوریم در زمینه هوا به ازای $\beta = 0.468$ و $f_t = 0.233$ برای مدهای TE (خط چین) و TM (پیوسته).

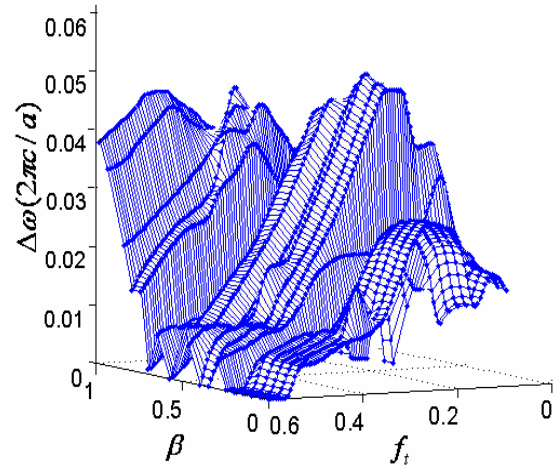
نتیجه گیری

در ساختار هگزاگونال ناهمسانگرد وجود باندهای تبهگن در نقاط با تقارن بالا در ناحیه اول بریلوئن مانع تشکیل گاف باند فوتونی بزرگ می شود. اضافه کردن یک میله ناهمسانگرد به منظور کاهش تقارن، باعث جدا شدن باندهای تبهگن و تشکیل گاف بزرگ می شود. بنابراین کاهش تقارن در ساختار هگزاگونال ناهمسانگرد روشی مؤثر برای افزایش پهنای گاف می باشد.

مرجع ها

- [1] E. Miyai, M. Okano, M. Mochizuki, S. Noda, "Analysis of coupling between two-dimensional photonic crystal waveguide and external waveguide", *Appl. Phys. Lett.* **81**, No. 20 (2002) 3729-3731.
- [2] T. D. Happ, M. Kamp, A. Forchel, J.-L. Gentner, L. Goldstein, "Two-dimensional photonic crystal coupled-defect laser diode", *Appl. Phys. Lett.* **82**, No. 1 (2003) 4-6.
- [3] Z. Y. Li, B. Y. Gu and G. Z. Yang, "Large Absolute Band Gap in 2D Anisotropic Photonic Crystals", *Phys. Rev. Lett.* **81**, No. 12 (1998) 2574-2577.
- [4] T. Trifonov, L. F. Marsal, A. Rodriguez, J. Pallares, and R. Alcubilla, "Effects of symmetry reduction in 2D square and triangular Lattices", *Phys. Rev. B* **69**, No. 235112 (2004) 1-11.
- [5] B. Rezaei, M. Kalafi, "Engineering absolute band gap in anisotropic hexagonal photonic crystals", *Optics Communications*, **266**, (2006) 159-163.

نشان می دهد وقتی که β از 0 تا 1 و f_t از 0 تا 0.6 تغییر می کند.



شکل ۳: تغییرات پهنای گاف فوتونی کامل ساختار هگزاگونال کاهش تقارن داده شده بر حسب پارامترهای f_t و β .

مطابق این شکل مقدار ماگزیمم گاف فوتونی کامل به ازای مقادیر بهینه $\beta = 0.468$ و $f_t = 0.233$ حاصل می شود. شکل ۴ ساختار باند فوتونی مربوط به این مقادیر بهینه را نشان می دهد بطوریکه این گاف فوتونی دارای پهنای $\Delta\omega = 0.0509(2\pi/a)$ می باشد و ما بین فرکانسهای $0.3082 - 0.3591(2\pi/a)$ قرار دارد. ملاحظه می شود که در مقایسه با ساختار هگزاگونال کاهش تقارن نیافته، پهنای گاف فوتونی کامل افزایش یافته و موقعیت آن به ناحیه فرکانسی بالا جابجا شده است. به ازای $\beta = 1$ ساختار هگزاگونال کاهش تقارن یافته به شبکه مثلثی تبدیل می شود. با توجه به شکل ۳ به ازای این مقدار از β و فاکتور پرشدگی کل $f_t = 0.466$ گاف فوتونی کامل با پهنای $\Delta\omega = 0.0459(2\pi/a)$ در محدوده فرکانسی $0.2324 - 0.2783(2\pi/a)$ تشکیل شده است که در توافق کامل با نتیجه بدست آمده در مرجع [۳] می باشد.