

## مهندسی گاف فوتونی کامل در بلورهای فوتونی ناهمسانگرد مربعی و مثلثی

بهروز رضائی، منوچهر کلافی

پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی دانشگاه تبریز، تبریز

چکیده - در این مقاله خواص گاف فوتونی بلورهای فوتونی دو بعدی با شبکه های مربعی و مثلثی از میله های دی الکتریک مورد بررسی قرار می گیرد. میله های دی الکتریک از یک هسته دی الکتریک و یک لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم تشکیل می یابند. با استفاده از روش بسط موج تخت تغییرات گاف فوتونی را وقتی که میله ها با هسته های دی الکتریک مختلف پر می شوند، مطالعه کرده و فرایندهای بهینه سازی را که منجر به مقدار ماگزیمم از گاف فوتونی کامل می شود، مورد بحث و بررسی قرار می دهیم.

کلید واژه- بلورهای فوتونی، تابع دی الکتریک، گاف فوتونی، مواد ناهمسانگرد.

کد PACS - ۷۸۰۰

### ۱- مقدمه

رود، لذا تلاشهای زیادی برای بدست آوردن گاف فوتونی کامل بزرگ مانند روش کاهش تقارن [۵] و ناهمسانگردی در دی الکتریک [۶] در بلورهای فوتونی دو بعدی انجام یافته است. ما اخیرا با در نظر گرفتن ماده ناهمسانگرد تلوریم در بلور فوتونی شش گوش خواص گاف فوتونی کامل را با پر کردن میله های دی الکتریک تلوریم بوسیله مواد دی الکتریک همسانگرد دیگر مورد بررسی قرار داده ایم [۷]. در این تحقیق نیز چنین مطالعه ای روی شبکه های مربعی و مثلثی انجام شده است.

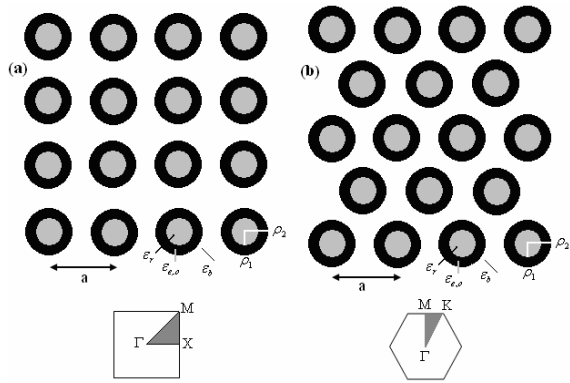
### ۲- روش محاسبات

برای تعیین گاف فوتونی کامل در ساختارهای دی الکتریک متناوب، انتشار نور را با استفاده از معادلات ماکسول مطالعه می کنیم. در مواد دی الکتریک ناهمسانگرد، معادله ماکسول برای میدان مغناطیسی بصورت زیر است [۸]:

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \nabla \times H(\vec{r}) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} H(\vec{r}) \quad (1)$$

در معادله فوق  $\omega$  فرکانس و  $c$  سرعت نور است. فرض می شود که میله های دی الکتریک در جهت محور  $z$  قرار گرفته اند و تقاطع آنها با صفحه  $x-y$  تشکیل یک ساختار دی الکتریک متناوب دو بعدی می دهد بطوریکه تابع دی الکتریک،  $\epsilon(\vec{r})$ ، یک تابع متناوب از  $\vec{r}$  در صفحه  $x-y$

مواد گاف فوتونی (معروف به بلورهای فوتونی) به علت کنترل موثر تابشهای الکترومغناطیسی، انتظار می رود که در آینده نزدیک باعث تحول عظیم در صنعت الکترواپتیک خواهد شد [۱-۲]. یکی از خواص عمده بلورهای فوتونی توانایی آنها در تله اندازی نور برای ناحیه فرکانسی خاص به دلیل وجود گاف فوتونی کامل در طیف انتشار است. مهندسی مقدار گاف فوتونی کامل برای ساخت ابزارهای نوری مفید که مبتنی بر تله اندازی و پراکندگی نوری در چنین ساختارها می باشد، اساسی و تعیین کننده است. اگر چه بلورهای فوتونی سه بعدی ممکن است کاربردهای بیشتری داشته باشند، اما بلورهای فوتونی دو بعدی از نظر ساخت آسانتر بوده ولذا توجه بیشتری را نسبت به خود جلب کرده اند. در بلورهای فوتونی دو بعدی امواج الکترومغناطیسی می توانند به مدهای قطبشی الکتریکی و مغناطیسی تجزیه شوند و بررسی تئوری آنها از این جهت نیز آسانتر می شود. گاف فوتونی کامل برای بلورهای فوتونی دو بعدی تنها در صورتی وجود خواهد داشت که گافهای فوتونی برای هر دو مد قطبشی بطور همزمان وجود داشته و باهم همپوشانی کنند. از آنجایی که گاف فوتونی کامل بزرگ بعنوان پایه و اساس برای کاربردهای گوناگون از بلورهای فوتونی مانند موجبرها و لیزرهای فوتونی [۳-۴] بشمار می



شکل ۱: نمودار شماعی ساختارهای مورد مطالعه و نواحی بریلوئن اول مربوطه برای شبکه های (a) - مربعی و (b) مثلثی از میله های دی الکتریک با لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم

سطح مقطع دایروی هستند که از یک هسته با ثابت دی الکتریک  $\epsilon_r$  و یک لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم تشکیل یافته و در زمینه ای از ماده با ثابت دی الکتریک  $\epsilon_b$  غوطه ور شده اند (شکل ۱). لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم دارای دو ضریب شکست متفاوت عادی ( $n_o$ ) و غیر عادی ( $n_e$ ) می باشد و فرض می شود که محور غیر عادی آن موازی محور میله ها باشد. بدین ترتیب این ماده برای مدهای قطبشی الکتریکی و مغناطیسی به ترتیب دارای ضرایب شکست غیرعادی  $n_e$  و عادی  $n_o$  خواهد بود بطوریکه  $\epsilon_e = n_e^2$  و  $\epsilon_o = n_o^2$  است. برای چنین ساختارهایی ضرایب فوریه  $\eta(\vec{G})$  بصورت زیر خواهد بود:

$$\eta(\vec{G}) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon_b} + \frac{\pi\rho_1^2}{\Omega} \left( \frac{1}{\epsilon_r} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \\ + \frac{\pi}{\Omega} (\rho_2^2 - \rho_1^2) \left( \frac{1}{\epsilon_{e,o}} - \frac{1}{\epsilon_b} \right), & \vec{G} = 0 \\ \frac{2\pi}{\Omega G} \left\{ \left( \frac{1}{\epsilon_r} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \rho_1 J_1(\rho_1 G) + \left( \frac{1}{\epsilon_{e,o}} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \right. \\ \left. \times [\rho_2 J_1(\rho_2 G) - \rho_1 J_1(\rho_1 G)] \right\}, & \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (Y)$$

که در آن  $J_1(x)$  تابع بسل نوع اول،  $\rho_1$  و  $\rho_2$  نیز به ترتیب شعاعهای داخلی و خارجی میله های دی الکتریک هستند. ساختار باند فوتونی دو بعدی با حل عددی معادلات (۴) و (۵) بدست می آید. در این محاسبات تعداد ۴۴۱ موج تخت برای هر دو ساختار در نظر گرفته شده است که همگرایی لازم برای فرکانسهای مطلوب حاصل می شود. هدف از این تحقیق مطالعه تغییرات طیف ساختار نواری و مقدار گاف فوتونی کامل بر حسب تغییرات ضخامت لایه ناهمسانگرد خارجی تلوریم است وقتی که میله ها با مواد دی الکتریک دیگر پر می شوند. تلوریم دارای تک محور

است و شرط  $\epsilon(\vec{r} + \vec{R}) = \epsilon(\vec{r})$  را که بردار شبکه فضای حقیقی است، ارضا می کند. بنابر این می توانیم با استفاده از قضیه بلوخ میدان مغناطیسی را بر حسب امواج تخت بسط دهیم:

$$H(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sum_{\lambda=1}^2 h_{\vec{G},\lambda} \hat{e}_{\lambda} e^{i(\vec{k} + \vec{G}) \cdot \vec{r}} \quad (2)$$

که در آن  $\vec{k}$  بردار موج در ناحیه اول بریلوئن،  $\vec{G}$  بردار شبکه معکوس،  $e_{\lambda} (\lambda=1,2)$  با توجه به خاصیت عرضی بودن میدان مغناطیسی ( $\nabla \cdot H = 0$ )، بردارهای واحد عمود بر بردار  $\vec{k} + \vec{G}$  هستند. با جاگذاری معادله (۲) در (۱) معادله ویژه مقداری زیر حاصل می شود:

$$\sum_{\vec{G}} H_{\vec{G},\vec{G}'} \begin{pmatrix} h_{\vec{G}',1} \\ h_{\vec{G}',2} \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} h_{\vec{G},1} \\ h_{\vec{G},2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

در حالت قطبش الکتریکی (میدان الکتریکی موازی محور میله ها)،  $h_{\vec{G},1} = 0$ . معادله ویژه مقداری فوق به صورت زیر در می آید:

$$\sum_{\vec{G}'} |\vec{k} + \vec{G}| |\vec{k} + \vec{G}'| \eta(\vec{G} - \vec{G}') h_{\vec{G}',2} = \frac{\omega^2}{c^2} h_{\vec{G},2} \quad (4)$$

و در حالت قطبش مغناطیسی ( میدان مغناطیسی موازی محور میله ها)،  $h_{\vec{G},2} = 0$  داریم:

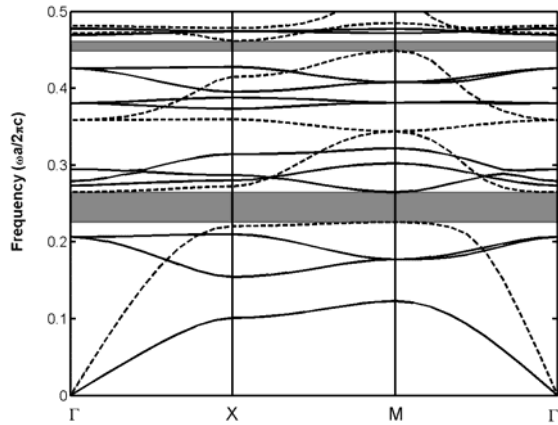
$$\sum_{\vec{G}'} (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') \eta(\vec{G} - \vec{G}') h_{\vec{G}',1} = \frac{\omega^2}{c^2} h_{\vec{G},1} \quad (5)$$

در روابط فوق  $\eta(\vec{G})$  تبدیل فوریه عکس تابع دی الکتریک است و نقش مهمی را در تعیین ساختار باند فوتونی بازی می کند:

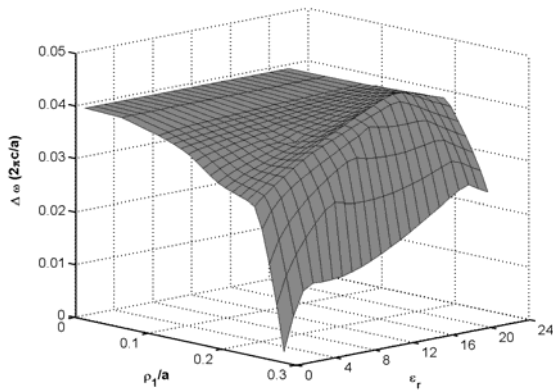
$$\eta(\vec{G}) = \frac{1}{\Omega} \int_{cell} \epsilon^{-1}(\vec{r}) e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}} d\vec{r} \quad (6)$$

که در آن  $\Omega$  سطح سلول واحد است.

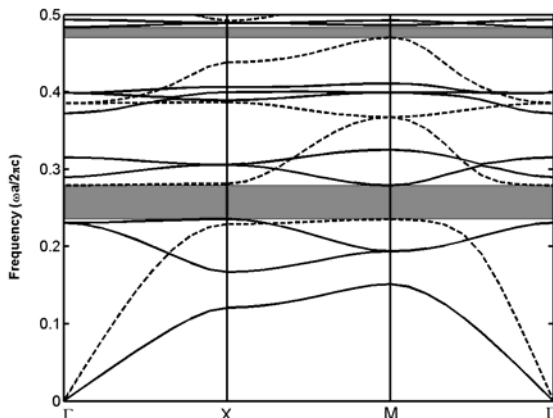
ساختارهای فوتونی مورد بررسی در این تحقیق بصورت شبکه های مربعی و مثلثی از میله های دی الکتریک با



شکل ۲: ساختار باند فوتونی شبکه مربعی از میله های تلوریم در زمینه هوا برای مدهای الکتریکی (پرننگ) و مغناطیسی (نقطه چین) بازای مقدار بهینه  $\rho_2 = 0.36a$



شکل ۳: تغییرات اندازه گاف فوتونی کامل برای شبکه مربعی بر حسب تابعی از پارامترهای  $\rho_1$  و  $\epsilon_r$  بازای مقدار بهینه  $\rho_2 = 0.36a$



شکل ۴: ساختار باند فوتونی شبکه مربعی از میله های دی الکتریک با لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم برای مدهای الکتریکی (پرننگ) و مغناطیسی (نقطه چین) بازای مقادیر بهینه پارامترهای  $\epsilon_r = 16.5$  ،  $\rho_2 = 0.36a$  ،  $\rho_1 = 0.22a$

بلوری مثبت با ضرایب شکست  $n_o = 4.8$  و  $n_e = 6.2$  است. ثابت دی الکتریک زمینه نیز هوا انتخاب شده است ( $\epsilon_b = 1$ ). بنابر این پارامترهای  $\epsilon_r$  ،  $\rho_1$  و  $\rho_2$  بعنوان پارامترهای قابل تنظیم برای بدست آوردن ماگزیمم گاف فوتونی کامل مورد استفاده قرار می گیرند.

## ۲-۱- شبکه مربعی

شکل ۱-ا شبکه مربعی از میله های دی الکتریک با لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم را به همراه ناحیه بریلوئن اول مربوطه نشان می دهد. ابتدا حالتی را در نظر می گیریم که میله های دی الکتریک تلوریم توپر هستند ( $\rho_1 = 0$ ). شکل ۲ ساختار باند فوتونی شبکه مربعی را برای مقدار بهینه شعاع خارجی  $\rho_2 = 0.36a$  ( ثابت شبکه است) نشان می دهد که بوسیله روش موج تخت در نرم افزار مطلب محاسبه شده است. این طیف فرکانسی دو گاف فوتونی کامل را نشان می دهد. گاف فوتونی بزرگ دارای پهنای ماگزیمم  $\Delta\omega = 0.0392(2\pi c/a)$  می باشد و ما بین فرکانسهای  $0.2257 - 0.2648(2\pi c/a)$  قرار دارد. در گام بعدی، فضای داخل میله ها با مواد دیگر پر می شوند. در این حالت بازای یک مقدار معین از  $\epsilon_r$  ، و با ثابت نگهداشتن مقدار بهینه شعاع خارجی ( $\rho_2 = 0.36a$ ) ، شعاع داخلی میله ( $\rho_1$ ) را برای بدست آوردن ماگزیمم گاف فوتونی کامل بهینه می کنیم. لذا این موضوع را مطالعه می کنیم که چگونه پر کردن میله های تلوریم با ثابتهای دی الکتریک مختلف ممکن است اندازه و موقعیت گاف فوتونی کامل ماگزیمم را تغییر دهد. شکل ۳ تغییرات اندازه گاف فوتونی کامل را در مقدار بهینه  $\rho_2 = 0.36a$  بر حسب تابعی از پارامترهای  $\rho_1$  و  $\epsilon_r$  نشان می دهد که به ترتیب از 0 تا  $0.3a$  و ۱ تا ۲۴ تغییر می کنند. این شکل نشان می دهد که ماگزیمم گاف فوتونی کامل بیشترین مقدار را بازای مقادیر بهینه  $\rho_1 = 0.22a$  و  $\epsilon_r = 16.5$  به خود می گیرد. ساختار باند فوتونی مربوط به این مقادیر بهینه برای شبکه مربعی در شکل ۴ نشان داده می شود بطوریکه پهنای گاف فوتونی کامل بزرگ برابر  $\Delta\omega = 0.0434(2\pi c/a)$  است و مابین نواحی فرکانسی  $0.279 - 0.2352(2\pi c/a)$  قرار می گیرد. واضح است که در مقایسه با حالتی که میله های تلوریم توپر بودند اندازه گاف فوتونی کامل افزایش یافته و اندکی به

فرکانسهای بالاتر جابجا شده است.

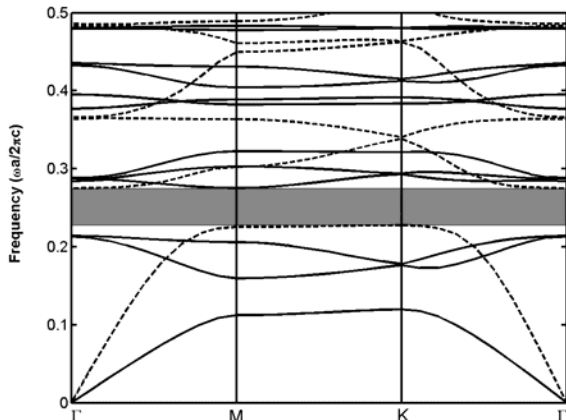
میله های تلوریم توپر هستند، اندازه گاف فوتونی کامل

## ۲-۲- شبکه مثلثی

شکل b-۱ نیز شبکه مثلثی از میله های دی الکتریک را که با لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم محاط می شوند، به همراه ناحیه بریلوئن اول مربوطه نشان می دهد. مشابه حالت قبل، در حالتی که میله های تلوریم توپر هستند، رابطه پاشندگی برای شبکه مثلثی از میله های تلوریم در زمینه هوا ( $\epsilon_b = 1$ ) بازای مقدار بهینه  $\rho_2 = 0.355a$  در شکل ۵ نشان داده شده است. این طیف فرکانسی یک گاف فوتونی کامل را با پهنای ماگزیمم  $\Delta\omega = 0.047(2\pi c/a)$  نشان می دهد که مابین فرکانسهای  $0.2279 - 0.2749(2\pi c/a)$  قرار دارد. در این حالت نیز تغییرات گاف فوتونی کامل ماگزیمم را در مقدار بهینه شعاع خارجی ( $\rho_2 = 0.355a$ ) و قتیکه میله های تلوریم با مواد دیگر پر می شوند، مطالعه می کنیم. شکل ۶ تغییرات اندازه گاف فوتونی کامل ماگزیمم را بر حسب پارامترهای  $\rho_1$  و  $\epsilon_r$  نشان می دهد بطوریکه  $\rho_1$  از ۰ تا  $0.3a$  و  $\epsilon_r$  از ۱ تا ۲۴ تغییر می کنند. از این شکل معلوم است که پهنای گاف فوتونی کامل ماگزیمم دارای بیشترین مقدار  $\Delta\omega = 0.0542(2\pi c/a)$  بازای مقادیر بهینه  $\rho_1 = 0.2a$  و  $\epsilon_r = 13$  می باشد. شکل ۷ رابطه پاشندگی را برای شبکه مثلثی بازای مقادیر بهینه فوق نشان می دهد و ملاحظه می شود که گاف فوتونی کامل ماگزیمم مابین ناحیه فرکانسی  $0.239 - 0.2932(2\pi c/a)$  قرار می گیرد و در مقایسه با حالتی که میله های تلوریم توپر هستند، پهنای گاف فوتونی باز هم افزایش یافته است.

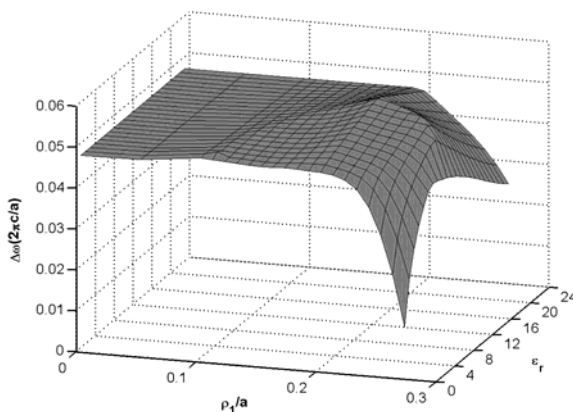
## ۳- نتیجه گیری

در این تحقیق خواص گافهای فوتونی کامل در شبکه های مربعی و مثلثی از میله های دی الکتریک که با یک لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم احاطه شده اند، بررسی شده است. با استفاده از روش موج تخت، تغییرات گاف فوتونی کامل را در ساختارهای فوق، و قتیکه میله ها با ثابتهای دی الکتریک مختلف پر می شوند، مورد مطالعه قرار داده ایم. این بررسیها نشان می دهند که خواص گافهای فوتونی در چنین ساختارهایی شدیداً به ثابتهای دی الکتریک داخلی و اندازه شعاع داخلی وابسته است و در مقایسه با حالتی که

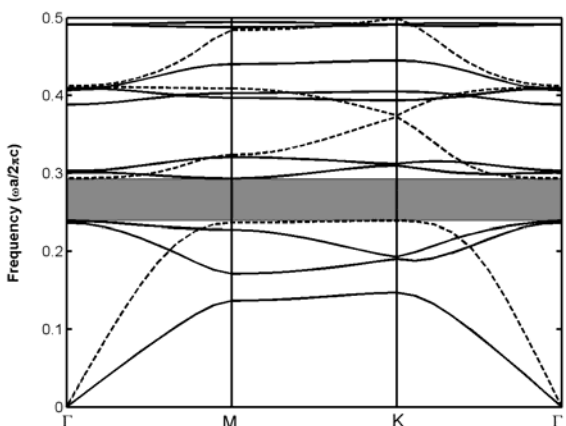


شکل ۵: ساختار باند فوتونی شبکه مثلثی از میله های تلوریم در زمینه هوا برای مدهای الکتریکی (پرنگ) و مغناطیسی (نقطه چین) بازای مقدار

$$\rho_2 = 0.355a$$



شکل ۶: تغییرات اندازه گاف فوتونی کامل برای شبکه مثلثی بر حسب تابعی از پارامترهای  $\rho_1$  و  $\epsilon_r$  بازای مقدار بهینه  $\rho_2 = 0.355a$



شکل ۷: ساختار باند فوتونی شبکه مثلثی از میله های دی الکتریک با لایه خارجی ناهمسانگرد تلوریم برای مدهای الکتریکی (پرنگ) و

مغناطیسی (نقطه چین) بازای مقادیر بهینه پارامترهای

$$\varepsilon_r = 13 \text{ و } \rho_2 = 0.355a, \rho_1 = 0.2a$$

افزایش قابل ملاحظه ای را نشان می دهد که از نقطه نظر عملی برای کاربردهای گوناگون از بلورهای فوتونی یک مزیت محسوب می شود.

## مراجع

- [1] L. E. Yablonovitch, "Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics", **Phys. Rev. Lett.** 58, pp. 2059-2062, 1987.
- [2] S. John, "Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices", **Phys. Rev. Lett.** 58, pp. 2486-2489, 1987.
- [3] E. Miyai, M. Okano, M. Mochizuki, S. Noda, "Analysis of coupling between two-dimensional photonic crystal waveguide and external waveguide", **Appl. Phys. Lett.** 81, pp. 3729-3731, 2002.
- [4] T. D. Happ, M. Kamp, A. Forchel, J.-L. Gentner, L. Goldstein, "Two-dimensional photonic crystal coupled-defect laser diode", **Appl. Phys. Lett.** 82, pp. 4-, 2003.
- [5] T. Trifonov, L. F. Marsal, A. Rodriguez, J. Pallares, and R. Alcubilla, "Effects of symmetry reduction in two-dimensional square and triangular lattices", **Phys. Rev. B** 69, pp. 235112-235112, 2004.
- [6] Z. Y. Li, B. Y. Gu, G. Z. Yang, "Large Absolute Band Gap in 2D Anisotropic Photonic Crystals", **Phys. Rev. Lett.** 81, pp. 2574-2577, 1998.
- [7] B. Rezaei, M. Kalafi, "Engineering absolute bandgap in anisotropic hexagonal photonic crystals", **Optics Communications** 266, pp. 159-163, 2006.
- [8] K. Busch, S. John, "Photonic band gap formation in certain self-organizing systems", **Phys. Rev. E** 58, pp. 3896-3908, 1998.

# **Absolute band gap engineering of anisotropic square and triangular photonic crystals**

B. Rezaei, M. Kalafi

Research Institute for Applied Physics and Astronomy, Tabriz University

***Abstract-** In this paper we analyze the band gap properties of two-dimensional photonic crystals with square and triangular lattices of dielectric rods. Dielectric rods are formed of a dielectric core and an outer shell layer of anisotropic tellurium. Using the plane wave method, we study the modification of the band gap when the rods are infiltrated with different dielectric core and discuss the optimization strategies leading to the maximum value of the absolute band gap*

*Keywords: Photonic crystals, Dielectric function, Photonic band gap, Anisotropic material*

*PACSNo: 7800*